

LABORATORIO DI GEOMETRIA

COSTRUZIONI DI BASE DI POLIGONI

1. costruzione di un TRIANGOLO ISOSCELE di assegnati lati

Si costruisce un segmento AB, base del triangolo, ed un segmento CD, lato obliquo. Si disegna, quindi, un segmento isometrico ad AB e si procede alla costruzione del triangolo. Trascinando gli estremi di AB e CD, si possono variare i lati del triangolo.

- Segmento AB
- Segmento CD
- Punto P
- Compasso (applicato ad AB e P)
- Punto su un oggetto (punto Q sulla circonferenza di centro P tracciata prima con la procedura compasso)
- Segmento PQ
- Compasso (applicato a CD e P)
- Compasso (applicato a CD e Q)
- Intersezione di due oggetti (punto R intersezione delle circonferenze di raggio congruente a CD prima tracciate con la procedura compasso)
- Triangolo (applicato a P,Q,R)
- Nascondi (applicato alle tre circonferenze)
- Colore (cambiare il colore degli oggetti costruiti)

SALVARE IL FILE COL NOME **TRIANGOLO ISOSCELE**

2. costruzione di un QUADRATO di assegnato lato

- Segmento AB
- Punto P
- Compasso (applicato ad AB e P)
- Punto su un oggetto (punto Q sulla circonferenza di centro P tracciata prima con la procedura compasso)
- Segmento PQ
- Retta perpendicolare (applicata a P e PQ)
- Intersezione di due oggetti (punto S di intersezione della perpendicolare con la circonferenza di centro P, scegliere il punto in modo che l'ordine alfabetico dei vertici segua il verso antiorario)
- Retta perpendicolare (applicata a Q e PQ)
- Retta perpendicolare (applicata a S e PS)
- Intersezione di due oggetti (quarto vertice R del quadrato)
- Poligono (applicato ai punti PQRSP)
- Nascondi (applicato a tutti gli oggetti utilizzati nella costruzione)
- Colore (cambiare il colore degli oggetti costruiti)

SALVARE IL FILE COL NOME **QUADRATO LATO**

3. costruzione di un QUADRATO di assegnata diagonale

- Segmento AB
- Punto P
- Compasso (applicato ad AB e P)
- Punto su un oggetto (punto Q sulla circonferenza di centro P tracciata prima con la procedura compasso)
- Segmento PQ
- Punto medio (M applicato a PQ)
- Circonferenza (di centro M e passante per Q)
- Retta perpendicolare (applicata a M e PQ)

- Intersezione di due oggetti (punti S e T di intersezione della circonferenza di centro M con la perpendicolare precedente)
- Poligono (applicato ai punti PSQTP)
- Nascondi (applicato a tutti gli oggetti utilizzati nella costruzione)
- Colore (cambiare il colore degli oggetti costruiti)

SALVARE IL FILE COL NOME **QUADRATO DIAGONALE**

4. costruzione di un PARALLELOGRAMMA

- segmento AB
- punto C (non appartenente ad AB)
- segmento (applicato a B e C)
- parallela (per C ad AB)
- parallela (per A a BC)
- Intersezione di due oggetti (punto D)
- Poligono (applicato ai punti ABCDA)
 - Nascondi (applicato a tutti gli oggetti utilizzati nella costruzione)
 - Colore (cambiare il colore degli oggetti costruiti)

SALVARE IL FILE COL NOME **PARALLELOGRAMMA**

5. MACRO per costruire un triangolo equilatero

- Segmento AB
- Circonferenza (di centro A e passante per B)
- Circonferenza (di centro B e passante per A)
- Intersezione di due oggetti (punto P applicato alle due circonferenze)
- Triangolo (applicato ad ABC)
- Nascondi (nascondere le circonferenze)

MACRO

- OGGETTI INIZIALI: segmento AB (selezionare con il mouse)
- OGGETTI FINALI: triangolo ABC
- DEFINIZIONE DELLA MACRO
 - Nome: **triangolo equilatero**
 - Nome del primo oggetto: **triangolo**
 - Messaggio di aiuto : costruisce **un triangolo equilatero di assegnato lato**
 - Scegliere **Salva come file**
 - Cambiare l'icona

ESERCIZIO

- ✚ Definisci una nuova macro, che, dato un triangolo qualsiasi, costruisca il triangolo avente per vertici i punti medi dei lati del primo triangolo
- ✚ Chiamala **triangolo medi**
- ✚ Costruisci, poi, un triangolo equilatero, utilizzando la macro triangolo equilatero
- ✚ Applica la macro triangolo medi al triangolo equilatero
- ✚ Applica ancora la macro al triangolo ottenuto
- ✚ Applica ancora la macro, fino a quando è possibile

LABORATORIO DI GEOMETRIA

PUNTI NOTEVOLI DI UN TRIANGOLO

- Disegna un triangolo e costruisci due mediane
- Il loro punto di intersezione e indicalo con G
- Costruisci la terza mediana
- *Congettura:* le tre mediane si incontrano nello stesso punto.
- Verifica la congettura(*verifica proprietà: appartiene a?*). il punto di intersezione delle tre mediane è chiamato **baricentro**
- Nascondi le mediane e i punti medi dei lati
- Salva la costruzione come macro (*oggetti iniziali: triangolo, oggetti finali: punto G, definizione della macro: baricentro*)
- Procedi in modo analogo per la costruzione dell' **incentro I**, punto di intersezione delle bisettrici, del **circocentro O**, punto di intersezione degli assi dei lati, e dell'**ortocentro H**, punto di intersezione delle altezze.
- Studia come variano i punti notevoli nella deformazione del triangolo. Sono sempre interni?

ESERCIZIO 1

- Disegna un triangolo isoscele di assegnati lati (segmento PQ, segmento RS, compasso circonferenza di centro P e raggio RS e circonferenza di centro Q e raggio RS)
- Applica ad esso le quattro macro costruzioni per determinare i punti notevoli. (*baricentro, incentro, circocentro, ortocentro*)
- Verifica l'allineamento dei punti notevoli (*verifica proprietà: allineati?*)
- Salva la costruzione con il nome **trisonot**

ESERCIZIO 2

- Disegna un triangolo e costruiscine il circocentro C, il baricentro G, e l'ortocentro O, utilizzando le relative macro.
- Formula una congettura sulla posizione reciproca dei tre punti e usa Cabri per verificarla.
- Salva la costruzione con il nome **EULERO**

LABORATORIO DI GEOMETRIA

LE RETTE TANGENTI AD UNA CIRCONFERENZA DA UN PUNTO ESTERNO

COSTRUZIONE: data una circonferenza di centro O e un punto P esterno ad essa, traccia le rette tangenti alla circonferenza e passanti per P.

- Disegna una circonferenza di centro O
- Sia P un punto esterno ad essa
- Traccia il segmento PO
- Sia M il punto medio di PO
-

OSSERVAZIONI

- Descrivi ciò che accade avvicinando P alla circonferenza
- Descrivi ciò che accade quando P appartiene alla circonferenza
- Descrivi ciò che accade quando P è interno alla circonferenza
- Che figura geometrica è il quadrilatero OAMB?
- Può essere un rombo? se sì, in quali casi?
- Può essere un quadrato? se sì, in quali casi?
- Può essere un triangolo? se sì, in quali casi?
- Che figura geometrica è il quadrilatero OAPB?

- Può essere un rombo? se sì, in quali casi?
- Può essere un quadrato? se sì, in quali casi?
- Può essere un triangolo? se sì, in quali casi?
- PO è diametro della circonferenza di centro M; che tipo di angolo è $\hat{P}AO$?
- Perché PAO e PBO sono triangoli congruenti?
- Che tipo di triangolo è PAB?
- Che relazioni esistono tra la semiretta PO e l'angolo APB e tra PO e AB?

GENERAZIONE DELLA MACRO

1. **oggetti iniziali:** la circonferenza e il punto P
2. **oggetti finali:** le due rette tangenti
3. dopo aver scelto **Definizione della macro** seleziona **Salva come file** col nome di **Tangente2**

Controlla il funzionamento della macro

- ✚ traccia una circonferenza e un punto esterno
- ✚ utilizza il comando **Tangente2**, indicando il punto e la circonferenza, hai ottenuto quello che ti aspettavi?
- ✚ traccia un punto appartenente alla circonferenza
- ✚ utilizza il comando **Tangente2**, indicando il punto e la circonferenza, hai ottenuto quello che ti aspettavi?
- ✚ Traccia un punto interno alla circonferenza
- ✚ utilizza il comando **Tangente2**, indicando il punto e la circonferenza, hai ottenuto quello che ti aspettavi?
- ✚ Si formano le tangenti?
- ✚ Sposta il punto verso l'esterno della circonferenza. Che cosa accade?

LABORATORIO DI GEOMETRIA

CONDIZIONI SUFFICIENTI PER DISEGNARE UNA CIRCONFERENZA

Problema 1: dati tre punti A, B e C disegna la circonferenza passante per essi

- ✚ Muovi A, B e C. che cosa accade se sono allineati?

Problema 2: dati due punti A e B e una retta r, traccia la circonferenza passante per A e B e avente il centro sulla retta r.

- ✚ Muovi A, B e r; la costruzione funziona sempre?

Problema 3: dato il punto O e una retta t, traccia la circonferenza di centro O e tangente a t.

Genera la macro

1. **oggetti iniziali:** il punto O e la retta t
2. **oggetti finali:** la circonferenza
3. dopo aver scelto **Definizione della macro** seleziona **Salva come file** col nome di **circ_tangente**

Problema 4: dato il punto A e una retta t, traccia la circonferenza passante per A e tangente a t.

Problema 5: dato il punto O e una circonferenza C, traccia le circonferenze di centro O e tangenti a C.

- ✚ sposta il punto O e verifica ciò che accade.

Problema 6: date tre rette r, s e t , non parallele, traccia le circonferenze tangenti alle tre rette

Costruzione

1. TRACCIA UNA RETTA r
2. TRACCIA UNA RETTA s (scegli come punti che la generano due punti non appartenenti ad r)
3. TRACCIA UNA RETTA t (scegli come punti che la generano due punti non appartenenti né ad r né a s)
4. siano A, B e C i punti di intersezione delle tre rette
5. costruisci il simmetrico di A rispetto a B e chiamalo A'
6. costruisci il simmetrico di C rispetto ad A e chiamalo C'
7. traccia la bisettrice di $\hat{C}AB$ e di $\hat{A}BC$ e individua il loro punto di intersezione
8. utilizzando la macro *circ_tangente* genera la circonferenza con centro in questo punto e tangente a r
9. traccia la bisettrice di $\hat{C}AB$ e di $\hat{C}BA'$ e individua il loro punto di intersezione
10. utilizzando la macro *circ_tangente* genera la circonferenza con centro in questo punto e tangente a r
11. traccia la bisettrice di $\hat{B}AC'$ e di $\hat{C}BA'$ e individua il loro punto di intersezione
12. utilizzando la macro *circ_tangente* genera la circonferenza con centro in questo punto e tangente a r
13. traccia la bisettrice di $\hat{A}BC$ e di $\hat{B}AC'$ e individua il loro punto di intersezione
14. utilizzando la macro *circ_tangente* genera la circonferenza con centro in questo punto e tangente a r

Osservazioni

Muovi la retta s allontanando il punto B dal punto A

- che cosa accade alle quattro circonferenze?
- Che cosa accade quando s è "quasi parallela" a r ?
- Che cosa accade quando s è parallela ad r ?
- Completa il movimento di s con una rotazione completa, che cosa osservi?

Problema 7: date tre rette r, s e t , di cui r e s parallele, traccia le circonferenze tangenti alle tre rette

Costruzione

1. Traccia una retta r e un punto P non appartenente ad essa
2. traccia la retta s parallela a r e passante per P
3. traccia una retta t qualsiasi e i punti R e S di intersezione di t rispettivamente con r e s
4. traccia la retta parallela a r e s e equidistante da esse
5. sia q il punto di intersezione tra tale retta e t
6. sia A un punto appartenente alla retta r
7. traccia la bisettrice dell'angolo $\hat{A}RQ$
8. sia O il punto
9. utilizzando la macro *circ_tangente* genera la circonferenza con centro in questo punto e tangente a r

Osservazioni

- Muovi il punto A e descrivi ciò che accade
- Quante sono le circonferenze che soddisfano le richieste del problema?
- Completa la costruzione in modo da visualizzare contemporaneamente tutte le circonferenze richieste

LABORATORIO DI GEOMETRIA

GLI IRRAZIONALI

COSTRUZIONE 1: $\sqrt{2}$

Data una retta, fissato un segmento come unità di misura, rappresentare sulla retta il punto $\sqrt{2}$.
Devi ricordare che $\sqrt{2}$ è il rapporto che lega la diagonale di un quadrato con il lato dello stesso.

- Disegna un segmento;
- Disegna una retta
- Trasporta il segmento scelto sulla retta a partire dal punto visibile su essa, hai così il segmento unitario OU sulla retta r
- Costruisci il quadrato di lato OU
-

COSTRUZIONE 2: LA SPIRALE DI TEODORO

Teodoro di Cirene, V sec A.C. ' pitagorico, studiò ed insegnò matematica in Atene; dimostrò l'irrazionalità delle radici quadrate $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ecc. di numeri interi non quadrati, fino a $\sqrt{17}$.

Per costruire la spirale di Teodoro, si definisce prima la macro, che, a partire da due segmenti, costruisce il triangolo rettangolo i cui cateti sono isometrici a tali segmenti.

- Segmento AB
- Segmento CD
- Perpendicolare per B ad AB
- Compasso (segmento CD su B)
- Intersezione di due oggetti (punto R tra la circonferenza e la perpendicolare)
- Segmento BR
- Segmento AR
- Macro/ oggetti iniziali (applicato ad AB e CD)
- Macro/ oggetti finali (applicato a BR e AR)
- Nascondi (applicato alla circonferenza e alla perpendicolare)
- Macro/ definizione della macro(**triangolo rettangolo**)

Scegliere l'opzione *salva come file*

Si costruisce ora la spirale partendo da una retta r e da un segmento qualsiasi, che viene scelto come unità di misura e riportato sulla retta.

- Retta r
- Segmento u
- Compasso (applicato ad u e al punto che appare evidenziato sulla retta)
- Intersezione di due oggetti (tra la circonferenza e la retta)
- Segmento (applicato ai due punti estremi del segmento unitario su r)
- Indica i due estremi con O e U
- Applica la macro triangolo rettangolo a OU ed u (occorre indicare gli oggetti a cui applicare la macro nello stesso ordine in cui sono stati selezionati per definire la macro stessa, prova ad indicarli al contrario e scopri cosa succede....)
- Applica la macro triangolo rettangolo all'ipotenusa del precedente triangolo rettangolo e al segmento u)
- Ripeti più volte il punto precedente
- Prova a trascinare con il puntatore un estremo del segmento unitario u vedi cosa succede...
- Salva con il nome **spirale**

LABORATORIO DI GEOMETRIA

FRATTALI

La curva di von Koch

TRACCIA DI LAVORO

Macro: **Trisezione segmento**

Oggetti iniziali: segmento

Oggetti finali: ciascuno dei tre segmenti congruenti ottenuti trisecando il segmento di partenza

Macro: **Punta**

Oggetti iniziali: segmento

Oggetti finali: segmenti che formano la spezzata aperta, ottenuta trisecando un segmento e sostituendo la parte centrale con la "punta"

Costruire un triangolo equilatero, partendo da un segmento.

Attenzione all'orientamento dei vertici!

Applicare la macro **Punta** ai lati del triangolo e, ripetutamente, ai segmenti della spezzata.

Salvare la costruzione con il nome "**fiocco di neve**".

COSTRUZIONE: TRISEZIONE DI UN SEGMENTO

- Segmento PQ
- Semiretta (applicata al primo estremo P del segmento)
- Punto su un oggetto (scegli un punto A qualsiasi sulla semiretta)
- Segmento (applicato all'origine P della semiretta e al punto A)
- Compasso (applicato al segmento PA sulla semiretta e al punto A)
- Intersezione di due oggetti (applicata alla semiretta e alla circonferenza punto B)
- Compasso (applicato al segmento PA e al nuovo punto sulla semiretta B)
- Intersezione di due oggetti (applicata alla semiretta e alla nuova circonferenza punto C)
- Retta passante per C e Q
- Parallela per B a CQ
- Parallela per A a CQ
- Intersezione di due oggetti (segmento PQ e rette parallele)
- Nascondere tutta la costruzione, lasciando solo il segmento e i due punti che lo dividono in tre parti congruenti
- Segmento (applicato alle tre parti congruenti ottenute)
- Costruire la macro

COSTRUZIONE: PUNTA

- Segmento PQ
- Macro trisezione segmento R e S
- Circonferenza di centro R e raggio PR
- Circonferenza di centro S e raggio PR
- Intersezione di due oggetti (applicata alle due circonferenze punto V)
- Segmento PR
- Segmento RV
- Segmento VS
- Segmento SQ
- Costruire la macro